

10. ¿Cuántos cuadritos caben?

Propósito

Esta estrategia tiene el propósito de facilitar que los alumnos desarrollen procedimientos diversos para determinar el área de distintas figuras. Al inicio trabajan a partir del conteo de cuadritos; más adelante, los van agrupando para contar más rápido. Gradualmente, los alumnos descubren que es más fácil multiplicar el número de cuadritos de largo por el número de cuadritos de ancho para calcular el total de cuadritos de un rectángulo. De esta manera, comprenderán mejor la noción de superficie.

Antes de iniciar

En el grupo multigrado, todos pueden empezar con las versiones más sencillas e ir avanzando según resuelvan las actividades. Lo ideal es que cada alumno trabaje con su propio material, aunque

conviene que se junten para comparar sus trabajos. A pesar de que hacer el material toma tiempo, los alumnos pueden utilizarlo muchas veces durante el año.

En la Versión A, los alumnos forman y comparan “terrenos”. Para ello, el maestro prepara rectángulos de papel de color, todos del mismo tamaño. Puede doblar una hoja tamaño carta para sacar cuatro rectángulos. Calcula cuántos necesita para dar por lo menos seis piezas a cada alumno y en las siguientes vueltas, aumentar la cantidad que les entrega, cuidando que sea siempre el mismo número a cada uno. También asegura que tengan cinta tipo masking y lápiz adhesivo.

En la Versión B, los alumnos forman distintas figuras y las tapizan de blanco. El maestro elabora suficientes pequeños rectángulos y cuadrados de papel de colores distintos para repartir diferentes cantidades (entre 8 y 25) a cada alumno. Hace la misma cantidad de cuadrados y rectángulos idénticos a los de color, pero con papel blanco o de reúso, y los guarda por separado en dos cajas o bolsas.

A

Cada alumno forma un terreno de la forma que quiera uniendo seis rectángulos, sin encimarlos ni dejar huecos. Comparan los resultados y comentan si son o no iguales. Se aumenta cada vez el número de rectángulos por unir.



B

Los alumnos forman figuras con rectángulos o cuadrados de color. Se intercambian las figuras, y cada uno toma de una caja los papelitos necesarios para tapizar la figura que le tocó sin que le sobren o falten.



Para hacer 16 rectángulos iguales, se dobla a la mitad una hoja tamaño carta a lo ancho y después a lo largo. Se vuelve a doblar a lo largo y a lo ancho y se recorta en los dobleces. Para hacer 16 cuadrados iguales, primero se dobla la hoja por la diagonal y se recorta la franja sobrante para obtener un cuadrado grande. Este pedazo se dobla por la mitad cuatro veces y se recortan los cuadrados pequeños que resultan. De esta forma, de 20 hojas tamaño carta salen 320 rectángulos y cuadrados de varios colores, que alcanzarían para un grupo de 25 niños. El maestro prepara para cada alumno una hoja oficio o dos hojas carta blancas unidas con cinta y un lápiz adhesivo para pegar los papelitos de color que le toquen.

En las Versiones C y D, los alumnos trazan y calculan el área de rectángulos en papel cuadrículado. Para la Versión C, el maestro traza en hojas de cuadrícula grande varios de los rectángulos



cuyas medidas se dan en el primer paso de la versión, según quepan en la hoja. Puede sacar una copia de las hojas que elabora para cada equipo. Puede inventar rectángulos mayores, cuidando inicialmente que tengan un múltiplo de 5 o de 10 cuadritos como ancho o bien, los alumnos necesitarán cuadernos cuadrículados u hojas sueltas con cuadrícula para copiar los rectángulos. Más adelante, trabajan con rectángulos de distintas dimensiones.

Para la Versión D, los alumnos sólo necesitan hojas de papel cuadrículado y lápices. Para las variantes de C y D, el maestro elabora tarjetas con nuevos problemas y pide a los alumnos que elaboren otros. Las tarjetas se guardan en la *Caja de problemas* en la sección de *¿Cuántos cuadritos caben?* para su uso en un futuro.

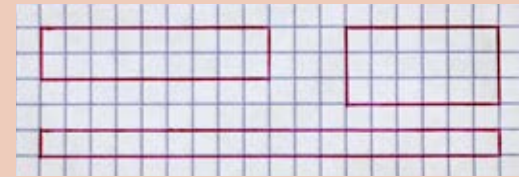
C

Los alumnos calculan cuántos cuadritos tienen varios rectángulos, que aumentan de tamaño, pero cuyo ancho es siempre un múltiplo de 5 o 10. Al inicio cuentan uno por uno los cuadritos; después calculan por filas.



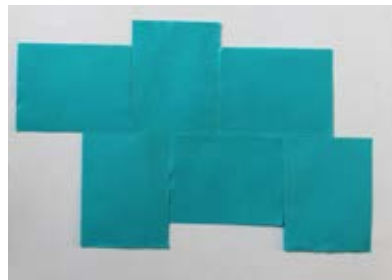
D

Los alumnos buscan todos los rectángulos que tengan 24 cuadritos, ya sean rectángulos “parados” o “acostados”. Hacen lo mismo con otras cantidades de cuadritos, incluyendo números que tengan muchos o pocos divisores.



Versión A

- El maestro entrega a cada alumno seis rectángulos de color. Se asegura que todos tengan exactamente la misma forma y tamaño.
- El maestro dice a los alumnos que van a formar un terreno como quieran con los rectángulos que les dio. Primero van a acomodar sus rectángulos de manera distinta cada quien, pero sin empalmarlos ni dejar espacios. Los colocan sobre dos hojas blancas para que los puedan ver todos. Si la mayoría hizo terrenos de la misma forma, el maestro les pide que encuentren otras formas distintas de juntarlos. Pide que los peguen con cinta o con lápiz adhesivo sobre hojas blancas, y si quieren les pueden dibujar algo y escribir sus nombres.
- El maestro les pregunta cuál o cuáles terrenos creen que son los más grandes. No es necesario que lleguen a un acuerdo, simplemente que digan sus argumentos. Por ejemplo, algunos alumnos pueden decir que todos los terrenos son iguales porque tienen la misma cantidad de hojas; otros, en cambio, pueden pensar que un terreno en el que las hojas están unidas de lado a lado es mayor que otro más compacto. Cuando resuelvan las siguientes versiones, comprenderán que son terrenos del mismo tamaño, aunque las formas de las figuras sean distintas, pues están formados por la misma cantidad de hojas.
- Realizan la actividad varias veces. Siempre se da la misma cantidad de rectángulos a todos los alumnos, aunque puede ir aumentando cada vez el número, hasta llegar a 20.



Versión B

- El maestro entrega *diferente* número de papelitos, entre 8 y 25, a cada alumno, de tal forma que no todos tengan la misma cantidad. A la mitad de los alumnos les da sólo cuadrados y a la otra mitad les da sólo rectángulos. Así cada alumno tendrá una cantidad distinta de papelitos, pero de una sola forma, ya sea cuadrados o rectángulos.
- El maestro enseña a los alumnos un pliego en el que haya formado dos figuras con distintas cantidades de rectángulos y dos con cuadrados como ejemplos. Les hace notar que las figuras se forman sin encimar los papelitos ni dejar huecos.
- Cada alumno debe formar una figura usando todos sus papelitos; los pega cuidadosamente con lápiz adhesivo en una hoja de papel, o en dos hojas unidas con cinta adhesiva si la figura no cabe en una hoja. La figura puede ser de la forma que quieran, pero no deben encimar los papelitos ni dejar huecos.
- Cuando los alumnos terminan sus figuras, el maestro pide que las intercambien. Les explica que van a tapizar la figura que les dio su compañero con papelitos blancos.
- El maestro muestra a los alumnos la caja de los cuadrados blancos y la caja de los rectángulos blancos, y las pone en un lugar lejos de sus mesas. Les dice que no pueden llevar esas cajas a su lugar.
- Les explica que van a tomar los rectángulos o cuadrados que necesiten para tapizar la figura de color que recibieron.





Tendrán que colocar un papelito blanco encima de cada pieza de la figura. Les pide que observen bien su figura porque van a dejarla en su lugar, y pueden pasar una sola vez a tomar los papelitos blancos que necesitan para cubrir la figura que les tocó, tratando de que no les falten ni les sobren papelitos. Les dice que pueden apuntar o dibujar lo que van a necesitar en su cuaderno y llevarlo al pasar por los papelitos. El maestro cuida que vayan por turnos y que tengan tiempo de pensar y tomar sólo los que necesiten.

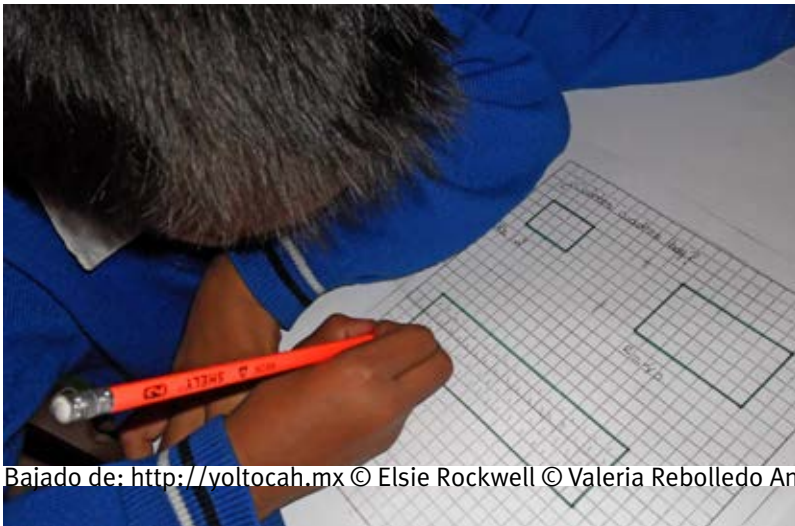
- Luego pide que cada alumno cubra su figura con todos los papelitos que sacó de las cajas. Les dice que no se vale que se los presten unos a otros, y si les sobran que los conserven. Al cubrir la figura colocan con cuidado los papelitos blancos, sin que se encimen y sin dejar huecos, y no los pegan.
- El maestro revisa con cada alumno si las figuras quedaron bien tapizadas, y si le sobraron papelitos. Entre todos revisan los casos en los que faltaron o sobraron papelitos y comentan por qué piensan que sucedió. Procura que cada uno identifique sus errores y piense maneras para que no les sobren o

falten papelitos en la próxima figura que les toque.

- Los alumnos guardan los papelitos blancos en las cajas o bolsas e intercambian nuevamente las figuras para repetir la actividad.
- Cuando hayan realizado la actividad varias veces, el maestro les puede mostrar cómo apoyarse en la *Tira de números del 1 al 100*, o hacer una en sus cuadernos hasta el 25, para tomar la cantidad correcta de papelitos.

Variante

- Para aproximarse a esta versión con niños más pequeños, el maestro puede sugerir que lo hagan con las bolsas de papelitos blancos al centro de cada mesa, y tomen un papelito a la vez, hasta tapizar su figura. Poco a poco les pide que saquen de a dos, y luego sólo los que necesiten para completar su figura.
- Para hacer la actividad un poco más difícil, se dan cuadrados o rectángulos de un mismo color a cada alumno, de tal ma-



nera que al hacer el conteo, será más difícil recordar cuáles cuadros o rectángulos ya se contaron y cuáles no. También se puede realizar otra variante con triángulos, que se elaboran doblando y cortando los cuadrados exactamente por la diagonal, cuidando que el doblez vaya de un vértice al vértice opuesto.

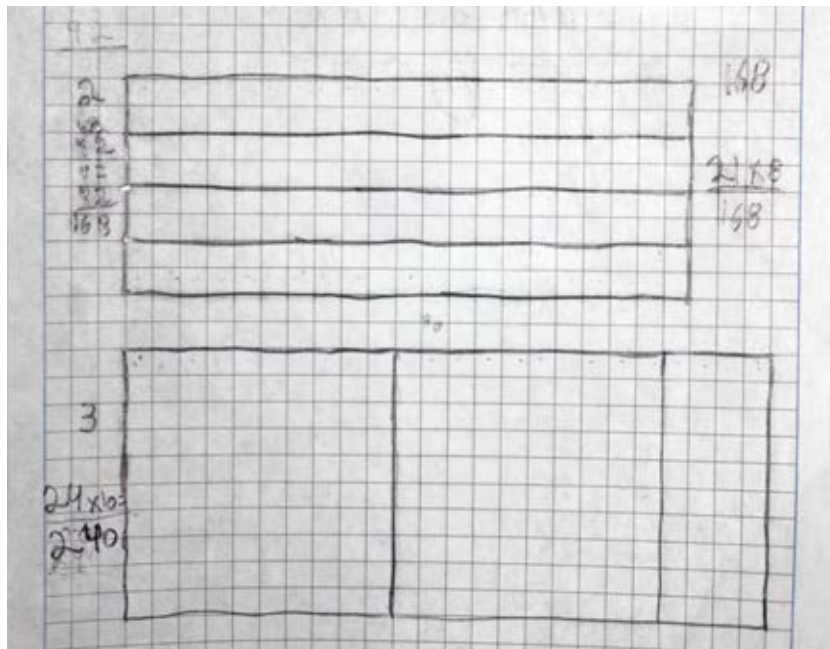
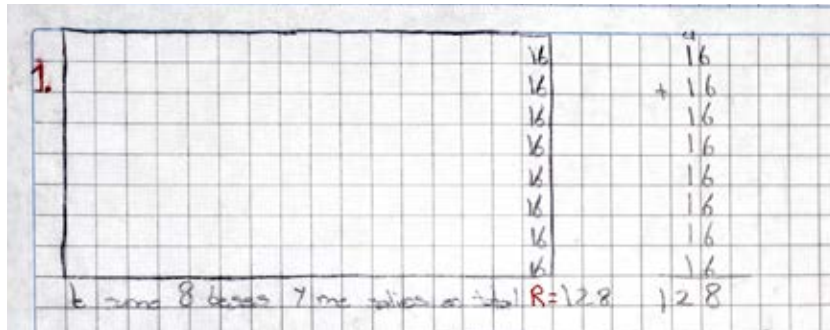
Versión C

- El maestro hace varias copias de las hojas cuadrículadas que preparó con varios rectángulos trazados según algunas de las siguientes medidas:

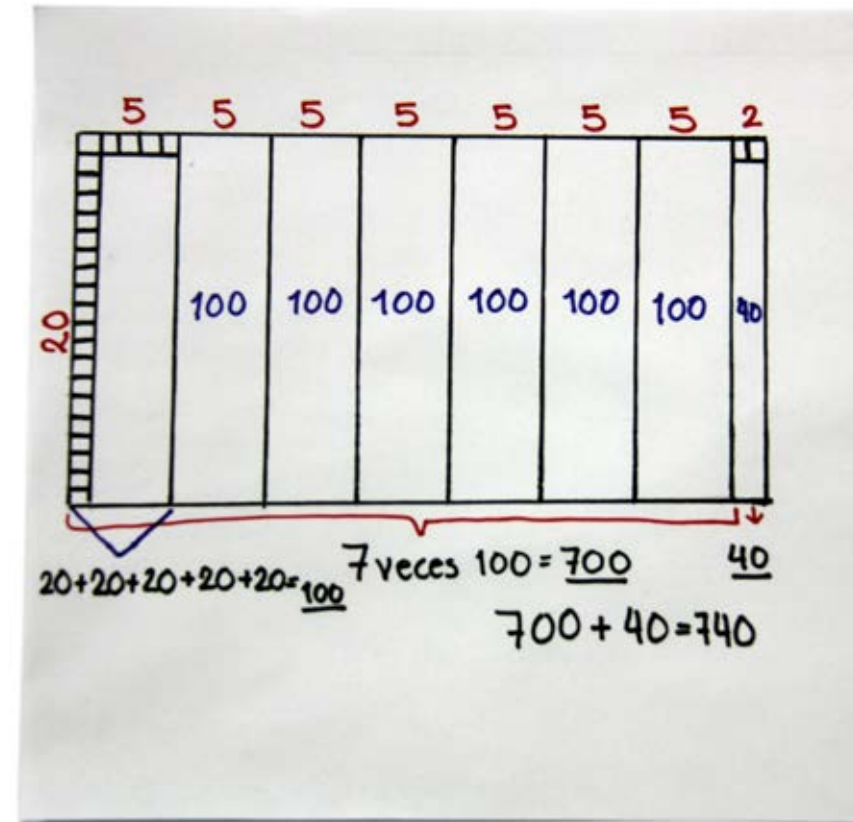
3 cuadritos de ancho por 4 de largo
5 cuadritos de ancho por 8 de largo
5 cuadritos de ancho por 17 de largo
10 cuadritos de ancho por 35 de largo
20 cuadritos de ancho por 37 de largo
25 cuadritos de ancho por 47 de largo

- El maestro entrega una copia a cada equipo y pide que cada alumno trace los rectángulos en sus cuadernos de cuadrícula. Entre alumnos ayudan a verificar que todos reproduzcan bien el largo y el ancho.
- Pide que cada alumno anote cuántos cuadritos hay en el primer rectángulo.
- Cuando la mayoría encuentra un resultado, entre todos revisan cuáles son correctos y muestran a sus compañeros cómo obtuvieron sus respuestas.
- Después hacen lo mismo para cada uno de los otros rectángulos. Comparan cada vez sus resultados y explican cómo los obtuvieron.
- Cuando dominen estos rectángulos, el maestro puede entregarles copias de rectángulos mayores, que tengan siempre un múltiplo de 5 o de 10 cuadritos como ancho.

- Mientras más grandes sean los rectángulos, es probable que los alumnos pongan en juego procedimientos cada vez más rápidos. Al principio los alumnos cuentan los cuadrillos uno por uno para resolver el problema, pero luego, cuando el largo y el ancho aumentan, este procedimiento se vuelve largo y cansado. Entonces optan por sumar filas o columnas. Por ejemplo, para el rectángulo de 5×16 , suman de 5 en 5.

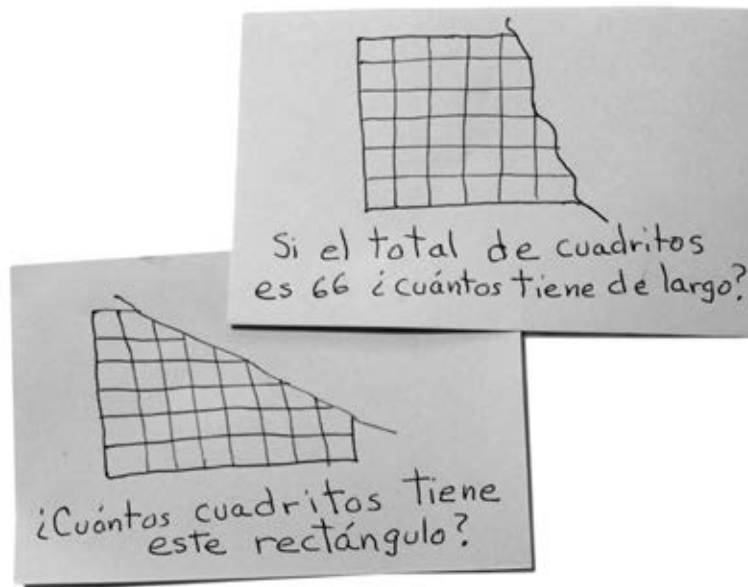


- Después pueden hacer agrupaciones de filas o hileras. Por ejemplo, para el rectángulo de 20×37 agrupan por 100.
- Para favorecer procedimientos como los anteriores es importante que el ancho del rectángulo sea un múltiplo de 5 o 10, porque el conteo de 5 en 5, o de 10 en 10, es más rápido que, por ejemplo, el conteo de 8 en 8.
- Cuando varios alumnos pongan en juego por sí mismos el procedimiento de contar por filas o grupos de filas, el maestro puede explicarlo y representarlo gráficamente en el pizarrón, para que otros alumnos puedan comprender y utilizar dicho procedimiento.

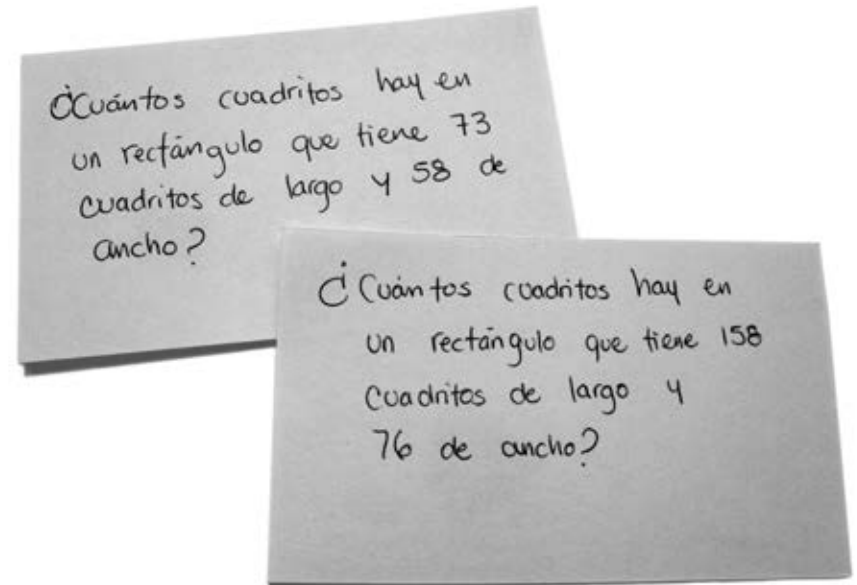


Variante

- Cuando los alumnos dominen el cálculo agrupando filas de 5 o 10 cuadritos, se pueden proponer rectángulos con otro número de cuadritos de ancho, entre 3 y 9.
- El maestro puede tapar una parte del rectángulo, dejando visibles la primera fila y la primera columna para que no puedan contar uno por uno los cuadritos. También puede dibujar rectángulos en los que una parte esté cortada, en donde se vea el ancho pero no el largo. En este caso, se da el dato del número total de cuadritos y se pide calcular cuánto mide de largo.

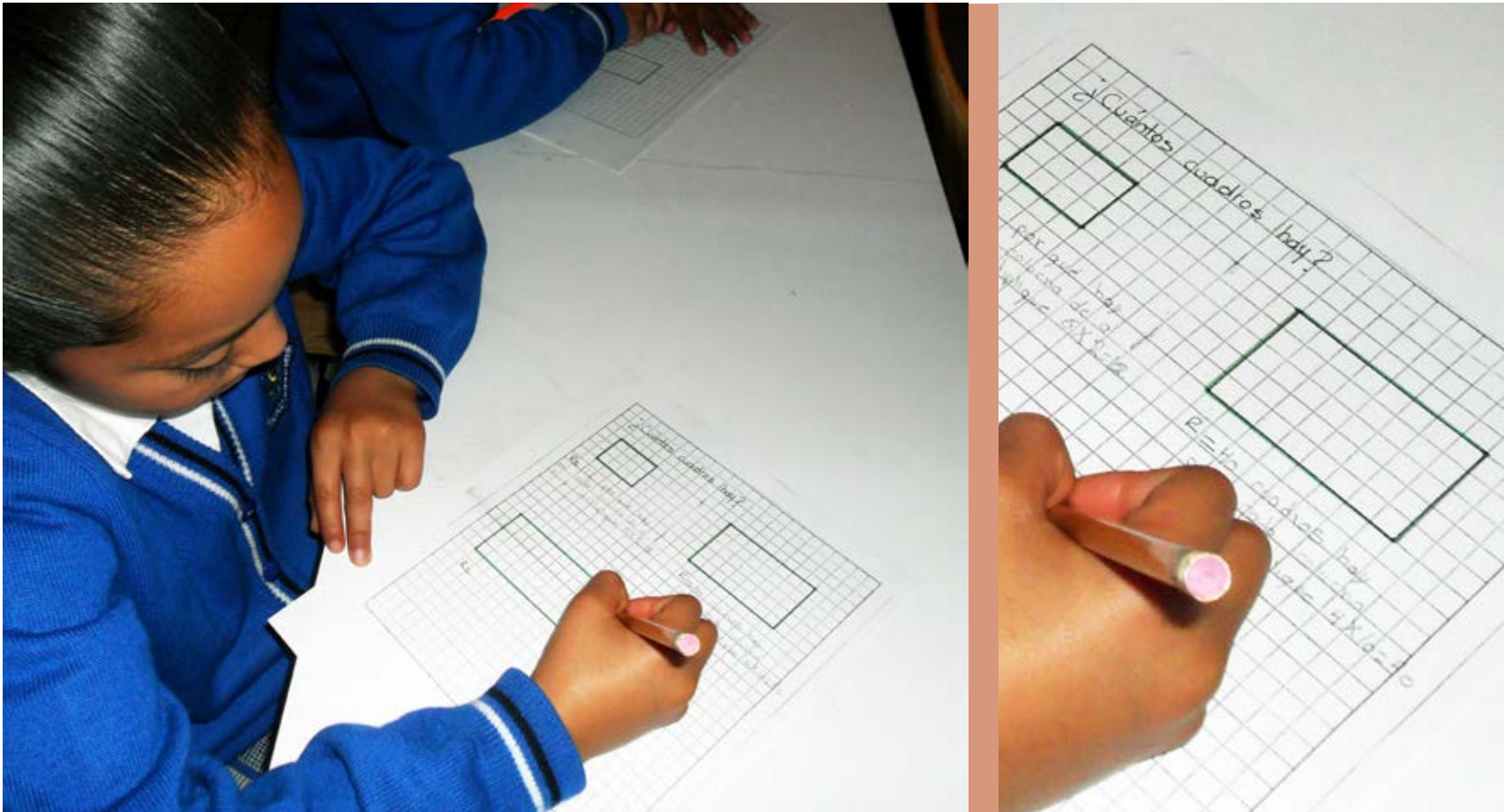


- Más adelante, cuando los alumnos ya dominan procedimientos para determinar la cantidad de cuadritos en rectángulos grandes dibujados en papel (por ejemplo de 37×40), se les proponen problemas escritos en tarjetas en los que el ancho y el largo sean aún mayores y que no sean múltiplos de 5 ni 10:



- Al plantear estos problemas, el maestro no incluye un rectángulo dibujado, pero los alumnos lo pueden representar en una hoja si lo consideran necesario, aunque no marquen el número exacto de cuadritos.
- Se guardan las tarjetas en la *Caja de problemas* en una sección de *Problemas de cálculo de áreas* y se pide a los alumnos que agreguen otras con nuevos problemas para sus compañeros.

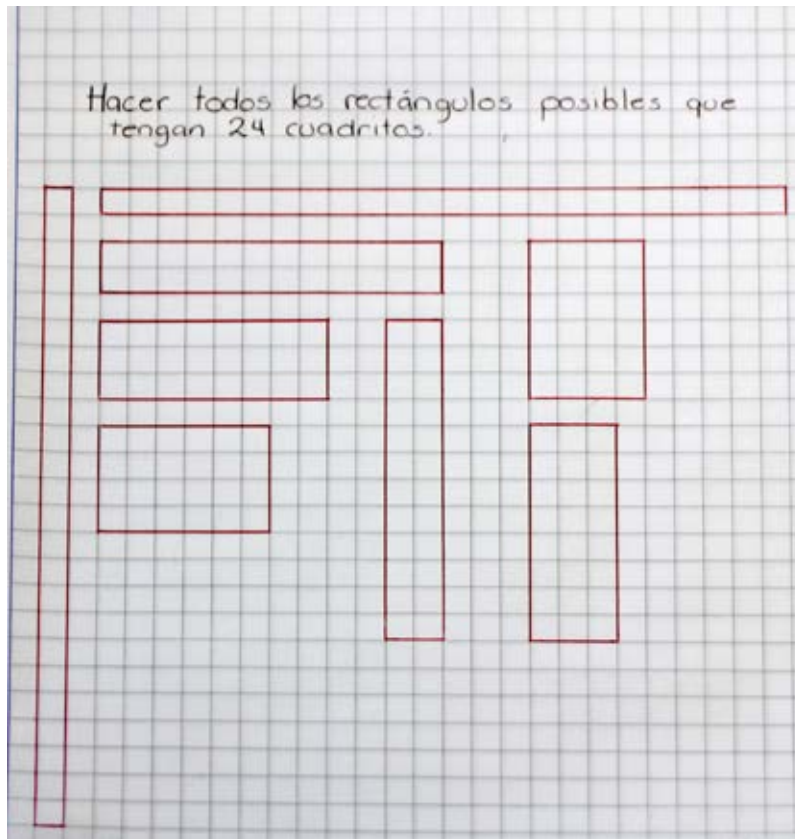
Cuarenta cuadritos, ¿es cuánto por cuánto?



En la Versión C, una alumna ya sabía que el área del rectángulo se calcula multiplicando el largo por el ancho e intentó usar este procedimiento para encontrar cuántos cuadritos había en un rectángulo de 8 por 5 cuadritos. Al parecer, contó que eran 40 y luego dijo que multiplicó 4×10 . Quizás usó esa multiplicación porque da el mismo resultado, aunque las medidas del rectángulo dibujado en su hoja no son de 4 y 10 cuadritos.

Versión D

- El maestro pide que los alumnos usen sus cuadernos cuadriculados o les entrega hojas con cuadrícula.
- Cada alumno dibuja en su hoja todos los rectángulos que se pueden formar con 24 cuadritos. Se vale poner rectángulos en diferentes posiciones, por ejemplo, 4 de ancho y 6 de largo, y también el de 6 de ancho y 4 de largo.
- Entre todos, revisan que hayan obtenido todos los rectángulos posibles, incluyendo los “acostados” y “parados”.



- En las siguientes vueltas, el maestro va cambiando el número total de cuadritos que contienen los rectángulos. Pide que busquen, por ejemplo, un total de 48 cuadritos que tiene muchos divisores 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 y 48. O bien les da números con los que se pueden construir pocos rectángulos, como 27, 18 o 16.
- Los alumnos van probando distintas maneras de encontrar todos los rectángulos posibles que pueden formarse con determinado número de cuadritos. Al inicio, suelen estimar el largo y ancho y contar los cuadritos uno por uno, o bien estimar el largo, y por conteo calcular el ancho. Poco a poco se dan cuenta que el largo no puede ser cualquier medida. Por ejemplo, no existe un rectángulo que mida 5 cuadritos de largo y su área sea 24.
- En cierto momento el maestro puede pedir a los alumnos que ya no dibujen los rectángulos, sino que únicamente anoten las medidas de todos los rectángulos posibles de hacer con el número que les dio.
- Finalmente, el maestro pide a los alumnos que entre ellos encuentren números con los que puedan trazarse muchos rectángulos, y otros para los cuales sólo pueden trazarse dos rectángulos. Así encontrarán, por cuenta propia, algunos números primos como 11 o 13, sin necesidad de que se les definan en este momento.
- El maestro y los alumnos pueden elaborar más problemas de cálculo de cuadritos para la *Caja de problemas*, en la sección de *Áreas* para que las resuelvan cuando quieran. Pueden calcular cuántos cuadritos caben en un terreno irregular formado de varios rectángulos.

Recuerden que...

Al progresar de una versión a otra, los alumnos van construyendo una idea de *superficie*, es decir, el espacio que ocupa una figura plana y aprenden a obtener el área de algunas figuras, o sea, a medir su superficie. Además, ponen en práctica muchos conocimientos matemáticos, desde la serie de los números enteros hasta la comprensión de múltiplos y divisores. Practican diferentes maneras de proceder, sobre todo, con la agrupación de cantidades grandes para llegar de manera más rápida a la solución del conteo.

Al aumentar el tamaño de los rectángulos cuyos cuadrillos deben calcular, los alumnos empiezan a usar sus conocimientos de agrupación de cantidades, de sumas repetidas y de multiplicación, sin necesidad de que el maestro se los proponga. El maestro se concentra en observar cómo van avanzando los alumnos en los procedimientos que usan para contar o calcular el número de cuadrillos, y así decidir cuándo están listos para avanzar a una siguiente versión o para organizar una discusión colectiva sobre los distintos procedimientos.

En la Versión A, al pedir que comparen los terrenos, el maestro abre la discusión sobre si al cambiar la forma de una figura se puede conservar la superficie. La confusión entre forma y superficie es muy común entre los alumnos pequeños y suele manifestarse durante mucho tiempo, así que es necesario darles muchas actividades a lo largo de toda la educación básica para que puedan distinguir la forma que tiene la figura de su área total, pues formas distintas pueden tener la misma área, y al revés, formas similares pueden tener distintas áreas.

En la Versión B, para tapizar toda la figura los alumnos deben encontrar el número de cuadrados o rectángulos que

la cubren. Pueden copiar la figura en un papel, dibujar por separado los que necesitan o contar la cantidad de papelitos que tienen y de qué forma son y anotar el número. Por ello es necesario que la bolsa o caja esté separada y puedan ir solo una vez a tomar los papelitos de color que requieren, pues de otra manera podrían tomar uno por uno, sin poner en juego una idea del área de las figuras.

Con la Versión B empiezan a manejar los papelitos de idéntica forma y tamaño como *unidades de superficie*. En el papel cuadrulado de las Versiones C y D, la unidad será el cuadrillo, aunque no importa qué medida exacta tenga en centímetros, pues las hojas cuadruladas varían mucho en ese aspecto.

Con las Versiones C y D se espera que después de probar el conteo uno por uno y las diferentes maneras de agrupar y sumar cuadrillos, los alumnos infieran ellos solos que para calcular el área de un rectángulo se multiplica la base por la altura. La intención es que lleguen a ese procedimiento por su propia cuenta. Esta manera de resolver los ejercicios les servirá más adelante para encontrar procedimientos eficientes para calcular el área de otras figuras como el triángulo, el rombo, el romboide y el trapecio y así comprender mejor el sentido de las fórmulas de área.

En la Versión D, una manera de resolver la actividad consiste en buscar parejas de números que al multiplicarse den el total de cuadrillos. En ese momento el maestro puede introducir los términos *múltiplo* y *divisor*. Si los alumnos encuentran que hay números para los cuales sólo hay dos rectángulos, que son los que miden 1 cuadrillo en alguno de sus lados, el maestro les puede explicar que esos números se llaman *primos*, pues sólo se dividen por el 1 y el mismo número.