

## 5. Cuentan y ensartan

### Propósito

Esta estrategia tiene el propósito de apoyar la exploración de patrones y secuencias. Al ensartar o dibujar collares de cuentas, los alumnos reconocen y reproducen secuencias que varían sistemáticamente de color o forma. La actividad y las preguntas del maestro conducen a los alumnos a anticipar las características de las cuentas que aún no se han colocado. En las últimas versiones, descubren que la noción de múltiplos de un número se convierte en una herramienta útil para saber qué cuentas siguen en la secuencia.

### Antes de iniciar

La actividad consiste en fabricar o dibujar collares con determinados patrones de cuentas de color. El maestro prepara collares y

tarjetas con secuencias iniciadas en las que se repiten dos o tres veces los patrones de cada versión, para que los alumnos lo reproduzcan y continúen. A todos los alumnos les dará más seguridad si empiezan por ensartar cuentas, como en las primeras dos versiones; cuando realizan las Versiones C y D, sólo dibujan los collares.

El maestro reúne de antemano suficiente material para que sus alumnos formen varios collares o pulseras siguiendo las secuencias que se les presenta. Se requieren trozos de cordón o alambre y cuentas hechas de plástico, madera, popotes o semillas. Se consiguen o pintan las cuentas de varios colores para que se distingan los patrones.

Para la Versión A, se requieren suficientes cuentas de varios colores para que cada alumno construya un collar en versión libre y dos réplicas de secuencias de cuentas preparadas por el maestro, con patrones sencillos. Uno puede ser con dos colores alternando uno a uno; otro puede tener un patrón de tres o cuatro colores, como verde-rojo-amarillo, verde-rojo-amarillo.

#### A

Los alumnos construyen de manera libre collares empleando cuentas de colores. Después elaboran una réplica de un collar ya hecho que les presta el maestro, o inventan otros collares en los que reproducen determinados patrones de color.



#### B

Los alumnos ensartan cuentas de dos colores siguiendo secuencias que tengan múltiplos de un solo número a la vez. El maestro les proporciona secuencias iniciadas a seguir, primero con un collar de cuentas y luego de uno dibujado, y les indica cuántas cuentas agregar.





## Versión A

- El maestro pide a los alumnos que armen un collar de manera libre con las cuentas y el estambre o cordón. Los alumnos no siguen ninguna secuencia en este caso.
- Después, el maestro entrega a cada equipo un collar con un patrón en que alternan dos colores, uno y uno; les pide que construyan uno igual.
- Los alumnos van ensartando las cuentas hasta terminar el collar o pulsera.
- Cuando hayan concluido todos los alumnos, el maestro sugiere que cada quien compare sus dos collares y observen las diferencias entre el primero y el segundo.
- El maestro les plantea preguntas sobre el segundo collar como: Si quisiéramos hacer el collar más grande (extiende el collar en una línea), ¿de qué color será la cuenta que sigue?, ¿y luego?, ¿cómo lo saben?
- El maestro les propone hacer otro collar y les muestra uno en el que alternan las cuentas uno de un color y dos de otro color, como patrón. Cuando terminan, les pide que lo comparen con los anteriores que hicieron y observen las diferencias.
- El maestro les hace las mismas preguntas para que anticipen el color de la cuenta que sigue, si se hiciera más larga.
- El maestro puede proponer otras secuencias para collares y los alumnos pueden seguir inventando patrones sencillos de colores (como rojo, verde, azul, blanco, rojo, verde, azul...) según su manejo del conteo.



## Versión B

- El maestro entrega a cada equipo un collar no terminado, con la secuencia inicial que incluya dos o tres veces el patrón que se propone. En esta versión, cada patrón tiene

sólo dos colores y debe implicar trabajo con múltiplos de un solo número; es decir, cada tercer, o cada cuarta, o cada quinta cuenta debe ser de un mismo color, y las demás de otro color.

- Según el patrón y el tamaño de las cuentas, el maestro indica la cantidad total que debe llevar el collar para completar la secuencia terminando con un múltiplo. Así, si el patrón es de cada cuarta cuenta, podrían llegar a 32 o 36.
- El maestro pide a los alumnos que reproduzcan el collar con su material y continúen ensartando cuentas hasta llegar a la cantidad que les indicó.
- Cuando hayan concluido todos los alumnos, el maestro les sugiere que comparen sus collares. Si existen diferencias entre ellos, tratan de ponerse de acuerdo y verificar quiénes siguieron el orden correcto.
- El maestro plantea a los alumnos, según el collar que hicieron, preguntas como las siguientes: Si el collar que hicieron tiene 30 cuentas, ¿de qué colores y cuántas cuentas necesitan para que el collar llegue a 36 cuentas? Si lo hicieran de 52 cuentas, ¿de qué color sería la cuenta número 43?, ¿y la 50? Repite este tipo de preguntas con varios números

dentro del rango de 5 a 20 números más grandes de los que tiene el collar que hicieron, según su avance en el conteo. Si hay dudas verifican la respuesta agregando cuentas al collar.

- El maestro entrega al equipo otro collar iniciado, pero ahora dibujado en una tarjeta, y les pide que lo fabriquen con cuentas. Les dice el total de cuentas que debe de tener.
- Cuando terminen, les hace preguntas para que anticipen el color de las siguientes cuentas, sin ponerlas. Si hay diferencias, ensartan más cuentas para verificar lo que proponen.
- Después de hacer cada collar con las cuentas, pueden dibujarlos con sus colores.

### Versión C

- Antes de resolver esta versión, los alumnos deben de realizar la Versión B, en la cual hacen collares con múltiplos de un número a la vez. El maestro puede repasar esa versión pidiendo que dibujen un collar con múltiplos de un número, por ejemplo, del seis.



## De tres en tres, de cuatro en cuatro

Una maestra propuso a sus alumnos la construcción de un collar cuya secuencia contenía los múltiplos del tres y del cuatro. Para ello, empleó sopa de pasta que pintaron de colores: codito dorado para los múltiplos de tres, codito rojo para los múltiplos de cuatro y pasta tipo tubo sin pintar para los múltiplos comunes de tres y cuatro. Para las demás se usó pasta de tubo pintado de verde. La maestra comentó que algunos niños presentaron dificultades para identificar la secuencia y que tal vez se les facilitaría si la cuenta de los múltiplos comunes se pintara mitad de dorado y mitad de rojo. Otra cosa que notó es que las cuentas de pasta se parten fácilmente y eso altera la secuencia por lo que ya no se puede identificar; además no se pueden reponer las cuentas que se rompen sin deshacer el collar, por lo cual es mejor usar otros materiales.



- Para esta versión, el maestro presenta patrones iniciales que impliquen trabajar con múltiplos de dos o tres números en el mismo collar.
- Para presentar la versión, el maestro puede dibujar un collar en una hoja grande (o en el pizarrón) con unas 35 cuentas sin color, y les comenta que unas cuentas irán pintadas de amarillo, otras de rojo y otras no llevarán color. El maestro les dice que los múltiplos de 3 van de amarillo y los múltiplos de 5 van de rojo, y les pide que le digan de qué color pintar cada cuenta. Cuando llegan a la cuenta 15, discuten sobre qué color pintarla, hasta llegar al acuerdo de que vaya mitad amarillo y mitad rojo. El maestro les propone seguir hasta encontrar la siguiente cuenta de dos colores.
- El maestro entrega tarjetas con otras posibles secuencias iniciadas de dos múltiplos, por ejemplo múltiplos de 3 y 4, o bien de 5 y 6. Les dice que sigan hasta encontrar determinada cantidad de cuentas que van con dos colores.
- Cada alumno reproduce y continúa la secuencia dibujando en una hoja las cuentas del collar con plumones o colores. Puede ser necesario que los alumnos usen dos o más hojas de su cuaderno para dibujar el collar de manera lineal y observar más fácilmente las regularidades. No es necesario que escriban los números en o debajo de las cuentas del collar, pero si un alumno decide hacerlo, se le permite.

- Al concluir, los alumnos comparan sus collares. Si existen diferencias entre ellos, tratan de ponerse de acuerdo. Entre todos verifican el orden correcto.
- El maestro plantea a los alumnos preguntas como: Si el collar tuviera 60 cuentas, ¿cuántas cuentas más necesitarían y de qué color serían?, ¿de qué color sería la cuenta número 48? Repite las preguntas con números cada vez más grandes, pero dentro del rango de 20 a 50 mayor al de las cuentas que han usado. Pregunta por números que sean múltiplos de un solo número o múltiplos comunes y también por números que no sean múltiplos de ninguno de los números usados. Les da tiempo para pensar o calcular sus respuestas.
- El maestro pregunta a los alumnos cómo procedieron, por ejemplo, si pusieron marcas, contaron las cuentas mentalmente, escribieron los números o de otra manera. Hace notar todos los procedimientos que usaron y comentan sobre sus ventajas o desventajas.
- El maestro prepara otras tarjetas con secuencias iniciadas que contengan múltiplos de tres números a la vez. En cada caso, incluye preguntas para que anticipen los colores de las cuentas más allá de las que dibujen. Los alumnos van descubriendo que pueden apoyarse con la enumeración de las cuentas.
- El maestro invita a los alumnos a proponer sus propias secuencias y a hacer preguntas a sus compañeros sobre el color de determinadas cuentas, si el collar se hiciera más largo. Conservan las tarjetas en la *Caja de problemas*, en una sección de *Cuantan y ensartan*, para repetir las cuando quieran.

### Versión D

- Antes de iniciar esta versión, los alumnos deben de haber realizado la Versión C. El maestro les propone recordar el tipo

de collares que dibujaron con varios múltiplos, así como los procedimientos que utilizaron para anticipar secuencias más largas, sin necesidad de dibujarlas.

- En esta versión, los alumnos deben identificar las secuencias necesarias para llegar a cuentas de dos o tres colores, es decir, a múltiplos comunes.
- El maestro les muestra una hoja con unas 50 cuentas dibujadas sin color. Pinta la cuenta 45 mitad de rojo y mitad de amarillo, y pide a los alumnos ponerse de acuerdo sobre la secuencia de múltiplos que debe de haber seguido para llegar ahí, es decir, cada cuántas cuentas puso de amarillo y cada cuántas puso de rojo. Cuando lo resuelven les plantea otras preguntas, como: Si se extiende el collar a 72 cuentas, ¿cuántas cuentas se necesitan de cada color?
- Cuando logran resolver este tipo de problemas, el maestro les entrega tarjetas adicionales, idénticas a cada equipo, con



indicaciones sobre las características que debe reunir un collar, sin incluir el dibujo. Algunos problemas que puede poner en las tarjetas son estos:

Quiero construir un collar con una secuencia que tenga múltiplos de tres números: un múltiplo con cuentas amarillas, uno de rojas y uno de verdes. También quiero que la cuenta 60 tenga los tres colores. ¿Cuál es la secuencia que debo emplear? Si el collar es de 120 cuentas ¿Cuántas cuentas de cada color necesito?

¿Qué secuencia debo emplear para hacer un collar con múltiplos de tres números, usando cuentas blancas, verdes, amarillas y rojas, si quiero que la cuenta 48 sea de tres colores?

Si pinto de:  
 amarillo, múltiplos de 3  
 verde = múltiplos de 4  
 rojo = múltiplos de 5  
 ¿Cuál es la primera cuenta que tendrá los tres colores?



- Les comenta que para resolverlo pueden dibujar en su cuaderno tantos collares como necesiten. Puede ser necesario que los alumnos unan dos o más hojas de su cuaderno para dibujar el collar de manera lineal y observar más fácilmente las regularidades.
- Cuando todos los alumnos terminan el mismo problema, comparan sus respuestas. Si existen diferencias entre ellos, tratan de ponerse de acuerdo. El maestro propone que para argumentar sus respuestas compartan los procedimientos que han utilizado, o que reproduzcan el collar en dibujo hasta la característica que se solicita. Entre todos verifican cuál secuencia es correcta.



- En grupo, el maestro les hace notar los diferentes procedimientos que usaron y comentan sus ventajas y desventajas, sobre todo para determinar las secuencias de collares más largos.
- El maestro prepara otras tarjetas con nuevas condiciones para collares y repite las actividades anteriores en cualquier mo-

mento. Invita a los alumnos a dibujar collares para inventar sus propios problemas, similares a los que les puso, y que los propongan a sus compañeros. Las tarjetas se guardan en la *Caja de Problemas*, en una sección de *Secuencias*, para que se puedan volver a usar.

## Recuerden que...

Antes de introducir este juego y a lo largo del año, el maestro puede aprovechar diversos juegos en que se sigan secuencias, o por ejemplo dar dos palmadas y tres golpes (u otro patrón) sobre la mesa de manera continua. En estos juegos, el maestro les pregunta en ciertos momentos ¿Qué sigue?

En esta estrategia, por *patrón* se entiende un conjunto de elementos distintos ordenados de manera particular, y por *secuencia* la repetición lineal de ese patrón. Una característica importante de un patrón es que se repite continuamente, por lo que conviene mostrar a los alumnos que podemos tomar una parte del collar y compararla con otra y resultan iguales; así ellos pueden verificar la colocación correcta de las cuentas.

Durante la actividad el maestro hace preguntas para que los alumnos anticipen el color o la característica de una o varias cuentas que aún no se han puesto en el collar. Esto obliga a los alumnos en un primer momento a prolongar la serie uno a uno para después comenzar a trabajar con otras secuencias de números, de dos en dos, tres en tres, de cinco en cinco, y de números mayores. Por ejemplo, los alumnos primero colocan o dibujan las cuentas de un collar en el que los múltiplos de 5 son rojos. Después, cuando sólo dibujan el collar hasta cierto número y tienen que averiguar el color de la cuenta 90, pueden reconocer que las cuentas 5, 10, 15, 20, 25, 30... son todas del mismo color y que es más fácil contar esta secuencia que

contar uno a uno todas las cuentas del collar.

El maestro permite en toda ocasión que los alumnos verifiquen después de hacer una anticipación, pero es muy importante que sea después. Les pregunta si quieren verificar su respuesta, antes de decirles si está bien o mal. Mientras el alumno se sienta inseguro del procedimiento que usó para encontrar el resultado, aceptará verificarlo; cuando se sienta seguro ya no necesitará hacerlo. Las preguntas sobre las cuentas que irían al extender el collar ayudan a transitar de una experiencia que consiste en poner cuentas uno a uno a reflexionar sobre algunas de las características del sistema numérico y de las nociones de múltiplos y múltiplos comunes. En esto reside el valor matemático de esta estrategia.

Antes de confiar plenamente en estos procedimientos más breves, los alumnos recurren a la comprobación haciendo la cuenta uno a uno o usando la tira con la serie numérica del 1 al 100. Poco a poco, pondrán en juego otros procedimientos como hacer marcas, anotar los números abajo de las cuentas o hacer listas de los números de 3 en 3, 4 en 4 o 5 en 5, para ver cuáles coinciden. Conviene dejar a los alumnos ensayar todo lo que necesiten para comprobar la solidez de sus ideas, pues en realidad lo que están construyendo es lo que los matemáticos nombran un *modelo predictivo*, que en este caso se basa en el uso de los múltiplos de los números.